



.... kanname 10ndesituse 4-muutuja Karnaugh' kaardile :

$$f(x_1 \dots x_4) = \prod(1, 4, 5, 9, 11, 12, 13, 15)_0 (3, 14)_{-}$$

$x_3 x_4$	00	01	11	10
$x_1 x_2$				
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

.... selle funktsiooni tõeväärtustabeli paiknemine 4-muutuja kaardil :

$x_3 x_4$	00	01	11	10
$x_1 x_2$				
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

MDNK ja MKNK leidmised on teineteisest sõltumatud ja nad võib leida ükskõik kumbas järjekorras. MDNK leidmisel tehtud valikud / otsused ei mõjuta järgnevat MKNK leidmist (ja vastupidi).

Leiame esimesena MDNK

! DNK saadakse alati loogikafunktsiooni 1de piirkonnast !

Loogikafunktsiooni NUMBRILINE 10ndESITUS

10ndesitus on loogikafunktsiooni kompaktne esitusviis, kus tõeväärtustabel mahutatakse ära "ühele reale" (võttes appi 10ndarvud)

Funktsiooni kolmest võimalikust piirkonnast :

0

1

määramatus seda tähistatakse tõeväärtustabelis kriipsuga : —

.... näidatakse 10ndesituses ära tavaliselt 2 piirkonda (kolmest)

3-muutuja funktsiooni 10ndesitus sisaldab 10ndarve 0 7

4-muutuja funktsiooni 10ndesitus sisaldab 10ndarve 0 15

5-muutuja funktsiooni 10ndesitus sisaldab 10ndarve 0 31

..... ehk üldiselt :

n-muutuja funktsiooni 10ndesitus sisaldab 10ndarve 0 ($2^n - 1$)

✓ ülesanne: _____



Leida Karnaugh' kaardiga MDNK ja MKNK (osaliselt määratud) 4-muutuja loogikafunktsioonile:

$$f(x_1 \dots x_4) = \prod(1, 4, 5, 9, 11, 12, 13, 15)_0 (3, 14)_{-}$$

Tuvasta, kas leitud normaalkujud on omavahel loogiliselt võrdsed :

ehk : kontuuridega tuleb kaardil katta 1-de ruudud

Kontuuride valimise reeglid

1. Katame kaardil asuvad 1-de ruudud **suurimate** kontuuridega, kasutades seejuures **võimalikult vähe** kontuure.
(0-lle ei tohi valida 1-de kontuuridesse)

2. Määramatuse ruute tohib seejuures kontuuridega katta, kuid ei pea katma.

Määramatuse katame kontuuridega ainult siis, kui see aitab kasvatada veelgi suuremaks mõnda niikuinii vajalikku kontuuri.

3. Kontuurid **tohivad kattuda** — peavad olema suurimad võimalikud.



$x_1 \backslash x_2$	$x_3 x_4$	00	01	11	10
00	1	0	—	1	
01	0	0	1	1	
11	0	0	0	—	
10	1	0	0	1	

parim kontuuridevalik selle funktsiooni 1-de piirkonna jaoks:

$x_1 \backslash x_2$	$x_3 x_4$	00	01	11	10
00	1	0	—	1	
01	0	0	1	1	
11	0	0	0	—	
10	1	0	0	1	

MDNK väljakirjutamiseks analüüsime ühekaupa igat valitud kontuuri — suvalises järjekorras, üks kontuur korraga

kontuuri analüüsimisel tuvastame:

millised muutujad on **konstantsed selle kontuuri ulatuses** ?

ehk

millistes kaardipiirkondades asub see kontuur tervikuna ?



$x_1 \backslash x_2$		$x_3 x_4$			
		00	01	11	10
$x_1 = 0$	00	1	0	—	1
	01	0	0	1	1
x_2 pole konstantne	11	0	0	0	—
	10	1	0	0	1

konstantsed muutujad
vaadeldavas kontuuris

$x_1 \backslash x_2$	$x_3 x_4$	00	01	11	10
00	1	0	—	1	
01	0	0	1	1	
11	0	0	0	—	
10	1	0	0	1	

$x_3 = 1$

$\bar{x}_1 x_3$

$x_1 = 0$

1-de kontuurile vastav
elementaarkonjunktsioon

$x_3 x_4$	00	01	11	10
$x_1 x_2$	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

1-de kontuuridele vastavad
elementaarkonjunksioonid

$$\bar{x}_2 \bar{x}_4$$

$x_3 x_4$	00	01	11	10
$x_1 x_2$	1	0	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	0
10	1	0	0	1

osaliselt määratud funktsiooni
MDNK-esituseks valitud
täielikult määratud funktsioon

kaardilt väljakirjutatud MDNK: $f(x_1 x_2 x_3 x_4) = \bar{x}_1 x_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_4$

Osaliselt määratud funktsioon on sellega "lõpuni määratud"

kontuuride äravalimine toob endaga koheselt kaasa ka senise *osaliselt määratud* loogikafunktsiooni lõpunimääramise *täielikult määratud* funktsiooniks — ehk *määramatuspiirkond* saab ärajaotatud 1de ja 0de piirkonna vahel.



... aga kui oleks valitud 1de katmiseks 4ruudulise asemel väiksem kontuur? — ehk kui oleks valitud 2ruuduline kontuur?

... eelnevalt saadud MDNK oli: $f = \bar{x}_1 x_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_4$

$x_3 x_4$	00	01	11	10
$x_1 x_2$	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

ebaoptimaalsem kontuuridevalik
1de katmiseks

$x_3 x_4$	00	01	11	10
$x_1 x_2$	1	0	0	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	0
10	1	0	0	1

... selle kontuurivalikuga oleks
esindajaks valitud selline
täielikult määratud funktsioon

$f(x_1 x_2 x_3 x_4) = \bar{x}_1 x_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_4$ esimene elementaarkonjunksioon
tuleb seljuhul teistsugune: uuest kontuuridevalikust väljakirjutatud DNK:

$$f(x_1 x_2 x_3 x_4) = \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_4$$

väiksemas kontuuris on **rohkem** konstantseid muutujaid, mis põhjustab enamate liikmetega (ehk **keerukamat**) loogikaavaldist / normaalkuju.

... järelikut tasub valida SUURIMAD võimalikud kontuurid, misjuhul tuleb avaldisse VÄHIM arv algterme x_i ehk saame minimaalseima normaalkuju.



... aga kui oleksime määranud ka ruudu 1110 määramatuse kriipsu 1-ks?

Täiesti võimalik — kuid see oleks selle funktsiooni jaoks halb otsus. Seljuhul peaksime ka selle täiendava 1 katma parima / suurima saadaoleva kontuuriga:

$x_3 x_4$	00	01	11	10
$x_1 x_2$	1	0	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	1
10	1	0	0	1

k o g u määramatuspiirkond
on määratud **1-ks**

$x_3 x_4$	00	01	11	10
$x_1 x_2$	1	0	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	1
10	1	0	0	1

.... kuid siis on vaja valida
2 kontuuri asemel **3 kontuuri**

rohkem kontuure 1-de katmiseks tähendab rohkem liikmeid DNK-s
ehk saaksime funktsiooni esindajaks "halvema" / keerukama DNK :

$$f(x_1 x_2 x_3 x_4) = \bar{x}_1 x_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_3 \bar{x}_4$$



MDNK leitud ja analüüsitud — parim ehk lihtsaim / lühim DNK on :

$$f = \bar{x}_1 x_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_4$$

Edasi leiame samale funktsioonile **MKNK** :

! KNK saadakse alati loogikafunktsiooni **0de piirkonnast !**

MKNK leidmisel teeme kõik samad toimingud, kuid **duaalselt vastupidi** :
katame suurimate võimalike kontuuridega **0-de** piirkonna ehk **0-de** ruudud:

$x_3 x_4$	00	01	11	10
$x_1 x_2$	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

$x_3 x_4$	00	01	11	10
$x_1 x_2$	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

esimesena märgatav kontuuridevalik

$x_3 x_4$	00	01	11	10
$x_1 x_2$	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

teine võimalik / sobiv kontuuridevalik

$x_3 x_4$	00	01	11	10
$x_1 x_2$	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

kolmas võimalik / sobiv kontuuridevalik

1	0	—	1
0	0	1	1
0	0	0	—
1	0	0	1

1	0	—	1
0	0	1	1
0	0	0	—
1	0	0	1

1	0	—	1
0	0	1	1
0	0	0	—
1	0	0	1

sellel osaliselt määratud funktsioonil on olemas 3 erinevat MKNK-d

ükski 3st sobivast kontuuridevalikust pole ülejäänud kahe suhtes parem / pole eelistatud, kuna kõik nad kasutavad 3 tk 4-ruudulisi kontuure ehk kõik nad annavad sama keerukusega KNK (leidub 3 erinevat MKNK-d)

kirjutame MKNK välja esimesest (ehk kõige kergemini märgatavast) kontuuridevalikust:

$x_3 x_4 \backslash x_1 x_2$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

esimesena märgatav kontuuridevalik

MKNK keerukus on soovikorral juba näha, sest kontuurid on juba valitud: kontuuride arvust ja nende suuruselt tulenevalt oleme saamas sellise keerukusega MKNK-d: (3 elementaardisjunktsiooniga, igas 2 algtermi):

$$f(x_1 x_2 x_3 x_4) = (x \vee x)(x \vee x)(x \vee x)$$

KNK on (tehete mõttes) duaalselt vastupidine normaalkuju DNK suhtes:

$$\text{DNK: } \bar{x}_1 x_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_4$$

! tüüpiline viga:



KNK jaoks (ehk 0-de kontuuridest) ei tekki *inversioonid* samamoodi nagu DNK jaoks (ehk nagu 1-de kontuuridest);

KNK jaoks tekkivad *inversioonid* duaalselt vastupidi (DNK ehk 1-de kontuuride suhtes):

nullide kontuuris konstantne väärtus 1 annab *inversioonis* algtermi;
nullide kontuuris konstantne väärtus 0 annab *otsevärtuses* algtermi;

$x_1 x_2 \backslash x_3 x_4$		$x_3 x_4$			
		00	01	11	10
$x_1 x_2$	00	1	0	—	1
	01	0	0	1	1
	11	0	0	0	—
	10	1	0	0	1

lahendiks valitud MKNK kontuuridekomplekt

$$f(x_1 x_2 x_3 x_4) = (\bar{x}_2 \vee x_3)(x \vee x)(x \vee x)$$

MKNK:

$$f(x_1 x_2 x_3 x_4) = (\bar{x}_2 \vee x_3)(x_3 \vee \bar{x}_4)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_4)$$

pane tähele:

A 4x4 Karnaugh map for a 4-variable function with variables x_1, x_2, x_3, x_4 . The map is labeled with x_1 and x_2 on the left and x_3 and x_4 on the top. The cells are arranged in a 4x4 grid with columns labeled 00, 01, 11, 10 and rows labeled 00, 01, 11, 10. The map is surrounded by labels for the variables and their complements: $\overline{x_1}, x_1, \overline{x_2}, x_2, \overline{x_3}, x_3, \overline{x_4}, x_4$. The map is used to identify prime implicants for the function $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4$.


$$f_K = (\bar{x}_2 \vee x_3)(x_3 \vee \bar{x}_4)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_4)$$

$$f_D = \bar{x}_1 x_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_4$$



funktsiooni **määramatuspiirkonnas** : $\{0011 \ 1110\}$?

$$f_{\text{D}}(\mathbf{0011}) = ?$$

$$f_{\text{D}}(\mathbf{1110}) = ?$$

$$f_D(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_1 x_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_4$$

$x_1 x_2 \backslash x_3 x_4$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

$$f_D(0011) = 1$$

$$f_{\mathbf{D}}(\mathbf{1110}) = \mathbf{0}$$



funktsiooni määramatuspiirkonnas : $\{ 0011 \quad 1110 \} ?$

$$f_K(0011) = ?$$

$$f_{\mathbf{K}}(\mathbf{1110}) = ?$$

$x_1 x_2 \backslash x_3 x_4$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

MKNK leidmise kontuuridevalik

$$f_K(0011) = 1$$

$$f_K(1110) = 1$$



kas leitud MDNK ja MKNK on teineteisega loogiliselt võrdsed ?

$$f_D = f_K ?$$

meenutame:

loogikaavaldised on **võrdsed** kui nende tõeväärtustabelid on samasugused.

Osaliselt määratud funktsiooni esindajateks valitud MDNK ja MKNK **võrdsus** oleneb sellest, milleks nad arvutuvad *määramatuspiirkonnas*.

Siin leitud mõlemad normaalkujud f_D f_K **ei ole** teineteisega võrdsed:

$$f_D \neq f_K$$

sest

$$f_D(1110) \neq f_K(1110)$$

kuid

$$f_D(0011) = f_K(0011)$$

tõeväärtustabelite **eelviimane** rida on neil erinev :

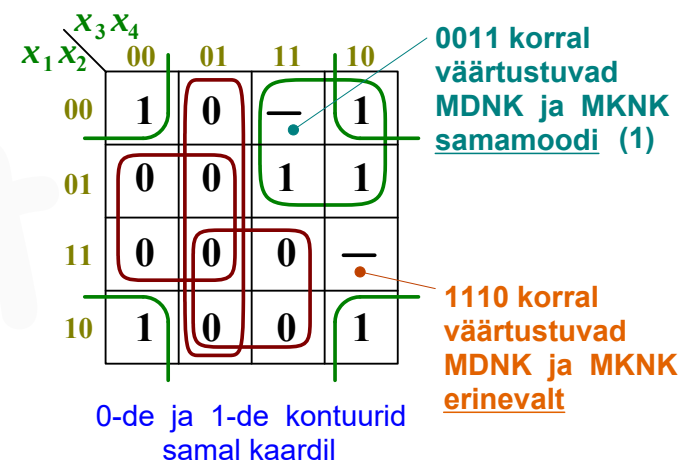
$$f_D(1110) = 0$$

$$f_K(1110) = 1$$

... järgnev tõeväärtustabel ei ole lahenduse osa — ainult illustratsioon :

$x_1 x_2 x_3 x_4$	f_D	f_K
-------------------	-------	-------

0 0 0 0	1	1
0 0 0 1	0	0
0 0 1 0	1	1
0 0 1 1	1	1
0 1 0 0	0	0
0 1 0 1	0	0
0 1 1 0	1	1
0 1 1 1	1	1
1 0 0 0	1	1
1 0 0 1	0	0
1 0 1 0	1	1
1 0 1 1	0	0
1 1 0 0	0	0
1 1 0 1	0	0
1 1 1 0	0	1
1 1 1 1	0	0



sellel funktsioonil on täpselt 1 MDNK kuid 3 erinevat MKNK-d

kui oleksime valinud lahendiks mõne teise **MKNK** — kas seljuhul oleks leidunud ka selline MKNK, mis juhtumisi on võrdne sama funktsiooni MDNK-ga ? (MDNK = MKNK ?)

kontrollime :

vaatame kõigi nelja funktsiooni (1 MDNK + 3 MKNK)

tõeväärtustabeleid kaartidel :

$x_3 x_4$	00	01	11	10
$x_1 x_2$ 00	1	0	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	0
10	1	0	0	1

MDNK jaoks parim "esindaja" :
täielikult määratud loogikafunktsioon

$x_3 x_4$	00	01	11	10
$x_1 x_2$ 00	1	0	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	1
10	1	0	0	1

MKNK jaoks meievalitud esindaja :
täielikult määratud loogikafunktsioon

$x_3 x_4$	00	01	11	10
$x_1 x_2$ 00	1	0	0	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	1
10	1	0	0	1

MKNK jaoks teine võimalik esindaja :
täielikult määratud loogikafunktsioon

$x_3 x_4$	00	01	11	10
$x_1 x_2$ 00	1	0	0	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	0
10	1	0	0	1

MKNK jaoks kolmas esindaja :
täielikult määratud loogikafunktsioon

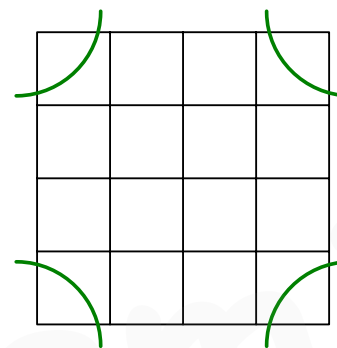
ilmneb, et selle funktsiooni ükski MKNK ei ole juhtumisi võrdne MDNK-ga

see pole probleem — nad ei peagi olema võrdsed; (küsisime uudishimust...)

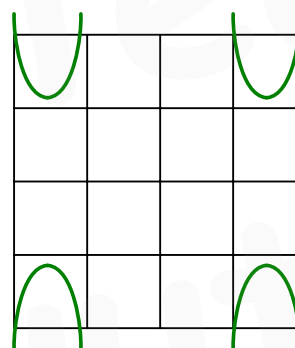
ka kodutöös on vaja äratunda leitud MDNK ja MKNK avaldiste omavahelist võrdsust / mittevõrdsust !



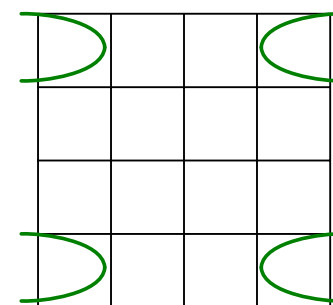
pane tähele :



see 2 x 2 kontuur on tekkinud



. . . . nende kontuuride kokkuliitmisel



. . . . nende kontuuride kokkuliitmisel

VÕI

ülesanne:



Leia **Karnaugh' kaardi** abil MDNK samale funktsioonile, mille TDNK lihtsustasime eelpool näites MDNK-ks

$x_1 \ x_2 \ x_3$	$f(x_1 \ x_2 \ x_3)$
0 0 0	1
0 0 1	0
0 1 0	1
0 1 1	1
1 0 0	0
1 0 1	1
1 1 0	1
1 1 1	1



... nüüd kanname tõeväärtustabeli otsekohe 3-muutuja kaardile:

		$x_2 \ x_3$			
		00	01	11	10
x_1	0				
	1				

		$x_2 \ x_3$			
		00	01	11	10
x_1	0	1	0	1	1
	1	0	1	1	1

		$x_2 \ x_3$			
		00	01	11	10
x_1	0	1	0	1	1
	1	0	1	1	1

MDNK :

$$f(x_1 \ x_2 \ x_3) = x_2 \vee x_1 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3$$

MDNK-ks saime siin kiirelt sama tulemuse — nagu saime enne TDNK teisendamisel:

.... meenutame selle funktsiooni TDNK varasema teisenduse lõppu :

$$\begin{aligned} \dots &= \bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee x_2 (\bar{x}_1 \vee x_1) \vee x_1 x_3 = \\ &= \bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1 x_3 \end{aligned}$$



? kas Karnaugh' kaardilt väljakirjutatud DNK-avaldist võib vahel olla võimalik lihtsustada käsitsi edasi veelgi lihtsamaks (loogikaalgebra põhiseoste abil) ?

(märgime : praegu kaardilt saadud DNK-d : $x_2 \vee x_1 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3$ ei ole võimalik "käsitsi" edasi lihtsustada)



ainult seljuhul saab avaldist edasi lihtsustada : vaatame milline oleks olnud kaardilt loetav DNK-avaldis, kui oleksime ühe kontuuri valinud väiksema ?

		$x_2 \ x_3$			
		00	01	11	10
x_1	0	1	0	1	1
	1	0	1	1	1

.... sellisest kontuuridevalikust väljakirjutatud DNK :

$$f(x_1 \ x_2 \ x_3) = x_2 \vee x_1 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$$

sellises avaldises leidub neeldumine $x \vee \bar{x} y = x \vee y$

mis ikkagi kaotab liase $\bar{x}_2$

ülesanne:



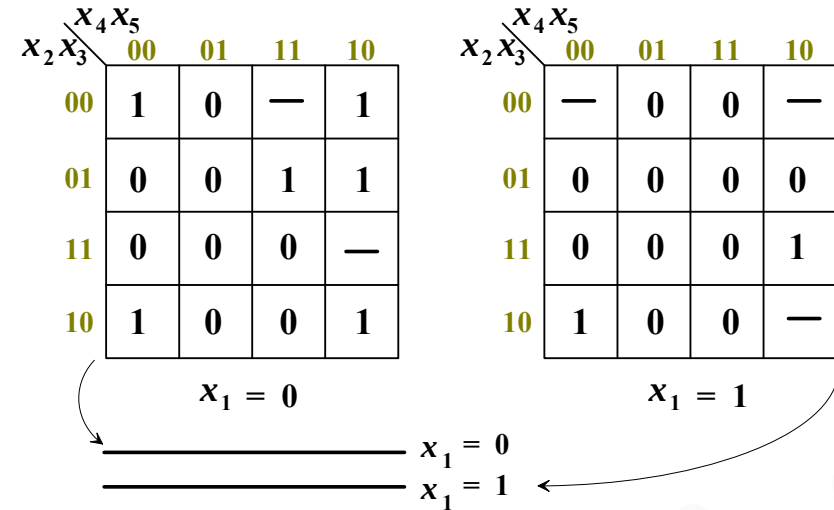
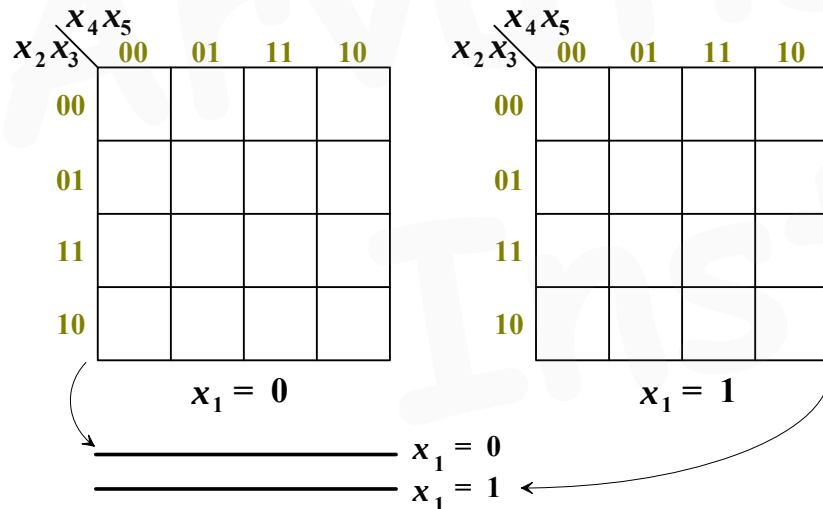
Leida Karnaugh' kaardiga MDNK MKNK 5-muutuja funktsioonile:

$$f(x_1 \dots x_5) = \sum (0, 2, 6, 7, 8, 10, 24, 30)_1 \quad (3, 14, 16, 18, 26)_{-}$$

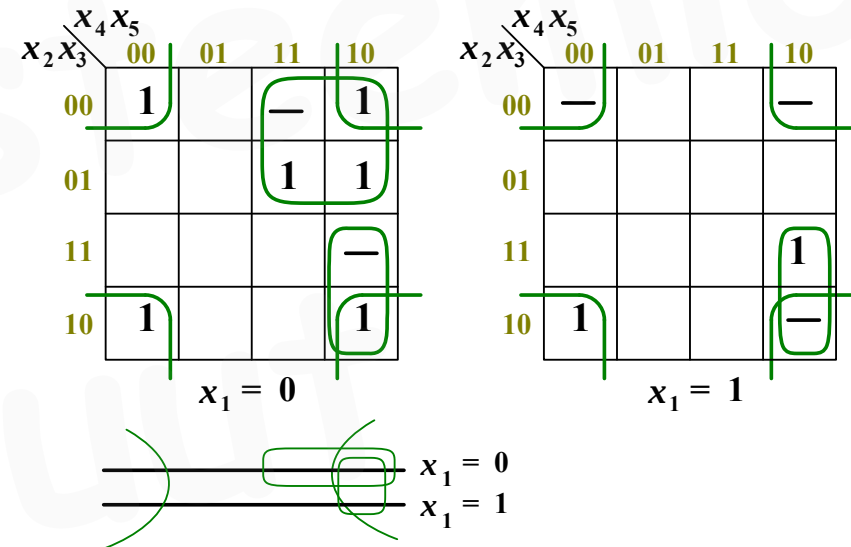


kanname tõeväärtustabeli 5-muutuja kaardile:

$$f(x_1 \dots x_5) = \sum (0, 2, 6, 7, 8, 10, 24, 30)_1 \quad (3, 14, 16, 18, 26)_{-}$$



MDNK jaoks ainus parim kontuuridevalik :



MDNK :

$$f(x_1 \dots x_5) = \bar{x}_3 \bar{x}_5 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_4 \vee x_2 x_4 \bar{x}_5$$

see on ainus MDNK sellel (osaliselt määratud) funktsioonil.

kogu määramatuspiirkond tasus võtta 1-de piirkonnaks

MKNK :

$x_2 x_3 \backslash x_4 x_5$	00	01	11	10
00		0	—	
01	0	0		
11	0	0	0	—
10		0	0	

$x_1 = 0$

$x_2 x_3 \backslash x_4 x_5$	00	01	11	10
00	—	0	0	—
01	0	0	0	0
11	0	0	0	
10		0	0	—

$x_1 = 1$

$\text{————— } x_1 = 0$
 $\text{————— } x_1 = 1$



.... tundub ahvatlev 8-ruudune kontuur valida kohe esimesena ?

$x_2 x_3 \backslash x_4 x_5$	00	01	11	10
00		0	—	
01	0	0		
11	0	0	0	—
10		0	0	

$x_2 x_3 \backslash x_4 x_5$	00	01	11	10
00	—	0	0	—
01	0	0	0	0
11	0	0	0	
10		0	0	—

?

v a j a l i k u d kontuurid (kui selliseid on?) valida esimesena ;

kindlat algoritmi parimate kontuuride väljavalimiseks pole :

kontuuride valimine on heuristiline toiming :

$x_2 x_3 \backslash x_4 x_5$	00	01	11	10
00		0	—	
01	0	0		
11	0	0	0	—
10		0	0	

$x_1 = 0$

$x_2 x_3 \backslash x_4 x_5$	00	01	11	10
00	—	0	0	—
01	0	0	0	0
11	0	0	0	
10		0	0	—

$x_1 = 1$

$\text{————— } x_1 = 0$
 $\text{————— } x_1 = 1$

$x_2 x_3 \backslash x_4 x_5$	00	01	11	10
00	1		—	1
01			1	1
11				—
10	1			1

$x_1 = 0$

$x_2 x_3 \backslash x_4 x_5$	00	01	11	10
00	—			—
01				
11				1
10	1			—

$x_1 = 1$

$\text{————— } x_1 = 0$
 $\text{————— } x_1 = 1$

MKNK :

$f(x_1 \dots x_5) = (\quad)(\quad)(\quad)(\quad)$

$$f(x_1 \dots x_5) = (\bar{x}_3 \vee x_4)(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_5)(x_4 \vee \bar{x}_5)(\bar{x}_1 \vee x_2)$$

siin leidub ka teine, sama keerukusega MKNK (seega on 2 lahendit)
 ruut 00001 on kaetav ka muu 8-ruudulise ehk samasuure kontuuriga :

$x_2 x_3 \backslash x_4 x_5$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	—	—	1	1
11	—	—	—	—
10	1	—	—	1

$x_1 = 0$

$x_2 x_3 \backslash x_4 x_5$	00	01	11	10
00	—	—	—	—
01	—	—	—	—
11	—	—	1	—
10	1	—	—	—

$x_1 = 1$

$x_2 x_3 \backslash x_4 x_5$	00	01	11	10
00	1	—	—	1
01	—	—	1	1
11	—	—	—	—
10	1	—	—	1

$x_1 = 0$

$x_2 x_3 \backslash x_4 x_5$	00	01	11	10
00	—	—	—	—
01	—	—	—	—
11	—	—	1	—
10	1	—	—	—

$x_1 = 1$

🤔 **miks ei saa parempoolset "kaardikorrusel" seda uut oranži kontuuri suurendada 8-ruuduliseks?** (praegu on ta seal ju 4-ruuduline ja keskel ruutudes pole seal 1-sid segamas?)

$x_2 x_3 \backslash x_4 x_5$	00	01	11	10
00	1	—	—	1
01	—	—	1	1
11	—	—	—	—
10	1	—	—	1

$x_1 = 0$

$x_2 x_3 \backslash x_4 x_5$	00	01	11	10
00	—	—	—	—
01	—	—	—	—
11	—	—	—	1
10	1	—	—	—

$x_1 = 1$

👉 **pane tähele :**
 samal põhjusel ei saa "parempoolse tabeli **punane** kontuur" kasvada suuremaks ehk 8-ruuduliseks

✓ **ülesanne:** _____



Kontrollida eelmise tunni ühe ülesande teisendustulemuseks olnud TDNK-avaldise

$$x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3$$

...minimaalsust **Karnaugh' kaardi** abil.

meenutame :

seda TDNK-avaldist ei õnnestunud **käsitsi** enam edasi lihtsustada



selle DNK **minimaalsuse** kontrollimiseks saame kasutada **tõeväärtustabelit** mille varem arvutasime etteantud avaldisele $x_1 \oplus x_2 \oplus x_3$:

(või arvutame tema **tõeväärtustabeli** uuesti :)

$x_1 x_2 x_3$	$x_1 \oplus x_2 \oplus x_3$	TDNK liikmed
0 0 0	0	
0 0 1	1	$\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3$
0 1 0	1	$\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$
0 1 1	0	
1 0 0	1	$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$
1 0 1	0	
1 1 0	0	
1 1 1	1	$x_1 x_2 x_3$

MDNK väljakirjutamiseks kanname selle tõeväärtustabeli 3-muutuja Karnaugh' kaardile :

$x_2 x_3$	00	01	11	10
0				
1				

f :

$x_2 x_3$	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0

ilmneb, et selle funktsiooni TDNK on samas ka MDNK kuna ta ei lihtsustu :
1-de paigutus on väga ebasoodne: valida õnnestub ainult üheruudulisi kontuure :

$x_2 x_3$	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0

üheruudulise kontuuri ulatuses on konstantsed kõik muutujad x avaldise $x_1 \oplus x_2 \oplus x_3$ MDNK kui ka TDNK on sama avaldis :

$$f(x_1 x_2 x_3) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3$$



ülesanne: _____



Kontrollida Karnaugh' kaardiga ühe varasema teisendusülesande tulemuseks saadud DNK-avaldis minimaalsust:

$$f(x_1 \dots x_4) = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_3 x_4 \vee x_2 x_4 \vee \bar{x}_1 x_4$$

Kas see DNK on MDNK ?



tegutseme "tagurpidi" senise suhtes :

kanname 4-muutuja kaardile need 1-de kontuurid, millest tuleneks antud DNK

$$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_3 x_4 \vee x_2 x_4 \vee \bar{x}_1 x_4$$

$x_3 x_4$ $x_1 x_2$	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

elementaarkonjunktsioon $x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4$ tuleneb 1-de intervallist **1 0 — 0**
 elementaarkonjunktsioon $x_1 \bar{x}_2 x_3$ tuleneb 1-de intervallist **1 0 1 —**
 elementaarkonjunktsioon $x_3 x_4$ tuleneb 1-de intervallist **— — 1 1**
 elementaarkonjunktsioon $x_2 x_4$ tuleneb 1-de intervallist **— 1 — 1**
 elementaarkonjunktsioon $\bar{x}_1 x_4$ tuleneb 1-de intervallist **0 — — 1**

$x_3 x_4$ $x_1 x_2$	00	01	11	10
00		1	1	
01		1	1	
11		1	1	
10	1		1	1

analüüsitava DNK tõeväärtustabel kaardil



? ... mitme kontuuriga õnnestub siin katta kõik 1-de ruudud optimaalseimal viisil (kui oleks eesmärgiks MDNK)?

$x_3 x_4$ $x_1 x_2$	00	01	11	10
00		1	1	
01		1	1	
11		1	1	
10	1		1	1

algse DNK liikmetele vastavad **5 kontuuri**

liiane kontuur vastab DNK liikmele $x_1 \bar{x}_2 x_3$:

$$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_3 x_4 \vee x_2 x_4 \vee \bar{x}_1 x_4$$

Selle liikme ärajätmisel DNK-st jääb avaldise tõeväärtustabel muutumatuks.

Analüüsitava DNK-avaldise **MDNK** on seega:

$$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_3 x_4 \vee x_2 x_4 \vee \bar{x}_1 x_4$$



mis põhjustab punase kontuuri liiasust?

$x_3 x_4$ $x_1 x_2$	00	01	11	10
00		1	1	
01		1	1	
11		1	1	
10	1		1	1

liigne kontuur on kaetud 2 muu kontuuri poolt

Kaardi kontuuridest on näha, et liiasus sisaldub juba liias avaldise **kolmes esimeses liikmes** :

$$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_3 x_4 \vee x_2 x_4 \vee \bar{x}_1 x_4$$

neljas liige $x_2 x_4$ ja viies liige $\bar{x}_1 x_4$ ei põhjusta teise liikme liiasust

$$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_3 x_4 = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_3 x_4$$



kas leidub ka avaldise teisendus, mis kaotaks liias liikme ?

JA H LEIDUB selline teisendus !

(.... ja osad õpilased vajavad seda ka oma kirjalikus kodutöös) :

rakendades *kleepimiseseadust* $x = xy \vee x\bar{y}$ teisendame avaldise korraks keerulisemaks,

lisades liiasse liikmele mõne seal puuduva muutuja — siin: x_4

$$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_3 x_4 =$$

$$= x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_3 x_4 = \dots$$

.... nüüd on tekkinud avaldises *neeldumised* kujul $x \vee x y = x$ värvidega on järgnevas rõhutatud avaldiseliikmed neeldumisseaduse suhtes:

$$\dots = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_3 x_4 =$$

$$= x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_3 x_4 =$$

$$= x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_3 x_4$$

kleepimisjärgselt toimus kaks **neeldumist** vastavalt *neeldumisseadusele*
Kuna saime praegu ka teisenduse teel :

$$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_3 x_4 = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_3 x_4$$

.... siis on selgunud nii kaardi abil kui ka teisendusel, et kehtib võrdus :

$$\begin{aligned} & x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_3 x_4 \vee x_2 x_4 \vee \bar{x}_1 x_4 = \\ & = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_3 x_4 \vee x_2 x_4 \vee \bar{x}_1 x_4 \end{aligned}$$

(lahendatud + analüüsitud)

sama võib esineda kodutöö ülesandes, kus MKNK sulud korrutatakse lahti :

ka kodutöös võib osutuda selline kleepimine vajalikuks, kui

MDNK = MKNK, kuid **MKNK** lahtikorrutamisel ei tekki **MDNK**

kodutöös:

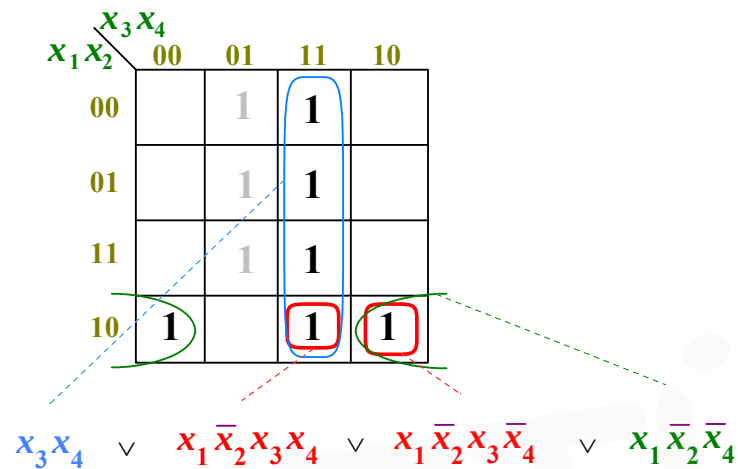
kui **MDNK = MKNK** siis () () () = = **MDNK**

kui **MDNK ≠ MKNK** siis () () () = = DNK



pane tähele :

kleepimine $x_1 \bar{x}_2 x_3 = x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4$ tähendab punase 2-ruudulise kontuuri poolitumist kaheks väiksemaks (1-ruuduliseks) kontuuriks :



poolitumisel tekkinud üks punane kontuur asub rohelise kontuuri sees ja teine punane asub sinise kontuuri sees ;

mõlemad suuremad kontuurid neelavad nende sees (täielikult) asuva väiksema kontuuri — nagu ka avaldises neelab $x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4$ ühe punase ja $x_3 x_4$ neelab teise punase avaldiseliikme

KNK teisendus DNK-ks (vaja kirjalikus kodutöös)

ülesanne:



Leia eelmise ülesande 4-muutuja funktsiooni jaoks tema Karnaugh' kaardilt MKNK

ja

teisenda leitud MKNK käsitsi DNK-ks

(korrutades MKNK sulud lahti + lihtsustades)

$f :$

	$x_3 x_4$			
$x_1 x_2$	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	1	0	1	1

sama eelmine loogikafunktsioon

MKNK :

$$\begin{aligned}
 f &= (x_1 \vee x_4)(\bar{x}_2 \vee x_4)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4) = \\
 &= (x_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_2 x_4 \vee x_1 x_4 \vee x_4)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4) = \\
 &= (x_1 \bar{x}_2 \vee x_4)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4) = \\
 &= x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_4 \vee x_2 x_4 \vee x_3 x_4
 \end{aligned}$$

... ilmneb, et MKNK teisendamine (kõikide sulgude lahtikorrutamisel) andis sama DNK mida juba teadsime selle funktsiooni DNK-avaldisena :

... eelnevalt oli sama funktsiooni DNK :

$$\dots = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_3 x_4 \vee x_2 x_4 \vee \bar{x}_1 x_4$$

ülesanne: _____



Meenutame varasemat ülesannet :

Leia järgnevast 2ndvektorite hulgast :

{ 0001 0110 0011 1001 1101 1011 }

— kõik **kahe** vektoriga *intervallid* (mis leiduvad selles hulgast) ;

— kõik **nelja** vektoriga *intervallid* (mis leiduvad selles hulgast) ;

Nüüd leiame küsitud *intervallid* **Karnaugh' kaardi** abil !



{ 0001 0110 0011 1001 1101 1011 }

... tuvastame nende vektorite asukohad (ruudud) 4-muutuja kaardil :

$x_1 \backslash x_2$	$x_3 x_4$	00	01	11	10
00					
01					
11					
10					

$x_1 \backslash x_2$	$x_3 x_4$	00	01	11	10
00			0001	0011	
01					0110
11			1101		
10			1001	1011	

$x_1 \backslash x_2$	$x_3 x_4$	00	01	11	10
00			0001	0011	
01					0110
11			1101		
10			1001	1011	

neljane intervall : 1 tk

$x_1 \backslash x_2$	$x_3 x_4$	00	01	11	10
00			0001	0011	
01					0110
11			1101		
10			1001	1011	

kaheksa intervallid : 5 tk

Kaardilt saab kohe välja kirjutada needsamad *intervallid* , mis varem leidsime vektorite võrdleval analüüsimisel :

ainus *neljane intervall* (ehk neljaruuduline *kontuur* kaardil) on :

— 0 — 1

kaheseid intervalle (ehk kaheruudulisi *kontuure*) paistab siin 5 tk :

$$\{0001 \ 0011\} = 0 \ 0 \text{ — } 1$$

$$\{0001 \ 1001\} = \text{— } 0 \ 0 \ 1$$

$$\{0011 \ 1011\} = \text{— } 0 \ 1 \ 1$$

$$\{1001 \ 1101\} = 1 \text{ — } 0 \ 1$$

$$\{1001 \ 1011\} = 1 \ 0 \text{ — } 1$$

ülesanne:



Leida **Karnaugh'** kaardiga MDNK 6-muutuja funktsioonile:

$$f(x_1 \dots x_6) =$$

$$= \sum (0, 1, 16, 17, 46, 48, 49, 58, 59, 62, 63)_1 \ (32, 33, 36, 39, 44) \text{ —}$$



kanname tõeväärtustabeli 6-muutuja kaardile:

$x_5 \backslash x_6$	00	01	11	10	00	01	11	10	00	01	11	10	00	01	11	10
$x_3 \backslash x_4$																
00																
01																
11																
10																

$x_1 x_2 = 00$

$x_1 x_2 = 01$

$x_1 x_2 = 11$

$x_1 x_2 = 10$

00
01
11
10

$x_1 x_2$

$x_5 \backslash x_6$	00	01	11	10	00	01	11	10	00	01	11	10	00	01	11	10
$x_3 \backslash x_4$																
00	1	1			1	1			1	1			—	—		
01													—		—	
11											1	1	—			1
10											1	1				

$x_1 x_2 = 00$

$x_1 x_2 = 01$

$x_1 x_2 = 11$

$x_1 x_2 = 10$

00
01
11
10

$x_1 x_2$

$x_5 \backslash x_6$	00	01	11	10	00	01	11	10	00	01	11	10	00	01	11	10
$x_3 \backslash x_4$																
00	1	1			1	1			1	1			—	—		
01													—		—	
11											1	1	—			1
10											1	1				

$x_1 x_2 = 00$

$x_1 x_2 = 01$

$x_1 x_2 = 11$

$x_1 x_2 = 10$

$x_1 x_2$

00
01
11
10

MDNK :

$$f(x_1 \dots x_6) = \bar{x}_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5 \vee x_1 x_2 x_3 x_5 \vee x_1 x_3 x_4 x_5 \bar{x}_6$$

iseseisev vabatahtlik kodune lahendamine :

Eelmine 6-muutuja osaliselt määratud funktsioon omab sellist MKNK :

$$f = (x_3 \vee \bar{x}_5) (\bar{x}_4 \vee x_5) (\bar{x}_3 \vee x_5) (x_1 \vee \bar{x}_3) (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_6) (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_4)$$

Leia eelmiselt 6-muutuja kaardilt need 0-de kontuurid (6 tk), mis annavad sellise MKNK : märgi need 0-de kontuurid eelmisele kaardile.

ülesanne:



Leida Karnaugh' kaardi abil MDNK MKNK DNK-avaldisena esitatud 4-muutuja funktsioonile :

$$f(x_1 x_2 x_3 x_4) =$$

$$= x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_4 \vee \bar{x}_1 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4$$



antud DNK liikmetest taastame vastavad 1-de kontuurid kaardile :

$x_1 x_2 \backslash x_3 x_4$	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

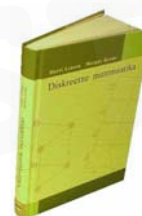
$x_1 x_2 \backslash x_3 x_4$	00	01	11	10
00			1	
01			1	
11	1	1	1	
10	1	1	1	

etteantud DNK tõeväärtustabel kaardil

... antud DNK-ga võrdne MDNK on : $f = x_1 \bar{x}_3 \vee x_3 x_4$

ja võrdne MKNK on : $f = (x_1 \vee x_3) (\bar{x}_3 \vee x_4)$

iseseisev vabatahtlik kodune lahendamine:



roheline õpiku (2012) lk. 231 viimane ül. lk. 232 esimene ül. :

$f = \sum (3, 4, 7, 12, 14)_1 (0, 5, 6, 8, 15)_{-}$ leida MDNK ja MKNK

$f = \sum (0, 1, 4, 9, 25, 28)_1 (5, 13)_{-}$ leida MDNK ja MKNK

ülesanne:



Leida TDNK TKNK MKNK 3-muutuja funktsioonile:

$$f(x_1 x_2 x_3) = \bar{x}_1 \vee x_2 x_3$$



... miks siin ei küsita MDNK leidmist?



mitu võimalust leida TDNK :

1. kleepimise (korduv) rakendamine mittetäielikule DNK-le ;

TDNK saamiseks võib lisada elementaarkonjunktsioonidele nendes puuduvad muutujad *kleepimisseaduse* korduva rakendamisega:

$$x = x\bar{y} \vee xy$$

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 \vee x_2 x_3 &= \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 x_2 \vee x_2 x_3 = \\ &= \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3 = \\ &= \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3\end{aligned}$$

.... lahendatud : TDNK leitud



... kas oleks saanud lisada samal kleepimissammul ühe asemel korraga 2 muutujat — ehk mõlemad puuduolevad : x_2 ja x_3 korraga ? (... misjuhul lisanduks korraga korrutis $x_2 x_3$?)

ON VÕIMALIK , kuid mitte nii :

! viga:



$$\bar{x}_1 \neq \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$$

$$x = xy \vee x\bar{y}$$

õige teisenduskäik JUHUL KUI soovitakse kleepida "2 muutujat korraga" : $\neg \setminus$

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 \vee x_2 x_3 &= \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 \overline{x_2 x_3} \vee \\ &\vee x_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 = \dots \\ &= \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 (\bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \vee x_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 = \\ &= \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 = \\ &= \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \\ &\vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 = \\ &= \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3\end{aligned}$$

saime sama TDNK — kuid "kaks muutujat korraga"-juurdekleepimisel osutus kogu teisendus TDNK-ni mahukamaks kui "üks muutuja korraga"-juurdekleepimisel

MKNK :

mitu võimalust leida MKNK :

esimene võimalus leida MKNK (eelistatud enamasti) :

1. minna üle Karnaugh' kaardi abil selle funktsiooni 0-de piirkonnale ;

MKNK leidmiseks tasub Karnaugh' kaardi abil tuvastada selle funktsiooni **nullide piirkond**.

Selleks taastame (algsest MDNK-st) 3-muutuja kaardile esmalt **ühed** :

$\bar{x}_1 \vee x_2 x_3$

$f:$

$x_2 x_3$ x_1	00	01	11	10
0				
1				

... 1-sid oli vaja selleks, tegelikult saada nendekaudu teada hoopis **0**-llid :

$f:$

$x_2 x_3$ x_1	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0

$f:$

$x_2 x_3$ x_1	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0

MKNK :

$$f = (\bar{x}_1 \vee x_2) (\bar{x}_1 \vee x_3)$$

.... lahendatud : MKNK leitud

teine võimalus leida MKNK :

2. mõtteliste sulgude (korduv) *lahtiliitmine* DNK-s viib avaldise samuti KNK-ks; (kuid mitte alati MKNK-ks)

.... mõtteliste sulgude *lahtiliitmine*, kasutades põhiseost : (distributiivsus)

$$x \vee (y z) = (x \vee y)(x \vee z)$$

$$\bar{x}_1 \vee x_2 x_3 = \dots$$

$$\dots = \bar{x}_1 \vee (x_2 x_3) = (\bar{x}_1 \vee x_2)(\bar{x}_1 \vee x_3)$$

TKNK ?

TKNK võimalik leida samuti mitmel viisil:

1. lisame MKNK liikmetele puuduvad algtermid *kleepimisseadusega* :

$$x = (x \vee y)(x \vee \bar{y})$$

kleebime MKNK liikmetele *algterme* juurde :

$$f = (\bar{x}_1 \vee x_2) (\bar{x}_1 \vee x_3) = (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3) (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)$$

$$(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3) (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3)$$

... jättes korduva KNK-liikme ära :

TKNK :

$$f = (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3)$$

.... lahendatud : TKNK leitud

2. teine võimalus TDNK või TKNK väljakirjutamiseks :

TKNK : "üheruudulised kontuurid" Karnaugh' kaardil 0-lle katmas ;

TDNK : "üheruudulised kontuurid" Karnaugh' kaardil 1-sid katmas ;

kui on juba olemas selle funktsiooni tõeväärtustabel Karnaugh' kaardil , siis moodustame mõttelised üheruudulised kontuurid 0-e katma :

$f:$

$x_2 x_3$	00	01	11	10
x_1	1	1	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0

TKNK saamisvõimalus

üheruudulise kontuuri ulatuses on konstantsed **kõik** muutujad !
(.... mis on selle ruudu 2ndkood ehk **argumentvektor**)

suurimatest kontuuridest saame **minimaalse** normaalkuju ;

väikseimatest (ehk 1-ruudulistest) kontuuridest saame **täieliku** normaalkuju;

$$f = (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3)$$

0de piirkonna üksikutest ruutudest TKNK liikmete väljakirjutamine on sama nagu tõeväärtustabeli 0de piirkonna üksikutest ridadest TKNK väljakirjutamine : iga ruut annab avaldisse **kõik** muutujad: saame TKNK

Kaardil võib ettekujutada väikseimaid ehk 1-ruudulisi kontuure, misjuhul iga selline 1-ruudune *kontuur* annaks TKNK ühe liikme.

.... no ja varemleitud **TDNK** oleks kah olnud võimalik saada kaardilt, nn. *üheruudulistest kontuuridest* mis katavad kõik 1-d :

.... kleepimisel saime enne **TDNK** :

$$\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 x_3$$

$f:$

$x_2 x_3$	00	01	11	10
x_1	1	1	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0

TKNK saamisvõimalus

$f:$

$x_2 x_3$	00	01	11	10
x_1	1	1	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0

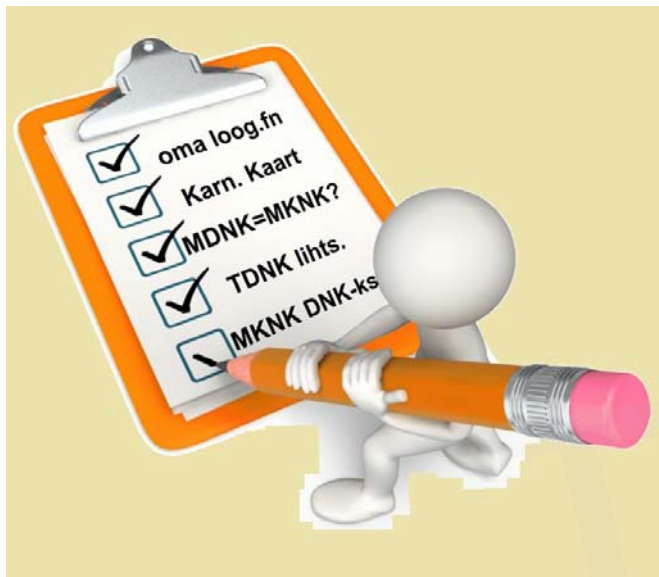
TDNK saamisvõimalus



.... eelneval MDNK teisendamisel **täielikuks** (kleepimise abil) — TDNK milliseid liikmeid tekkis **mitu** tk samasuguseid?

meenutame alguses toimunud *kleepimist* alates MDNK-st TDNK-ks:

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 \vee x_2 x_3 &= \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 x_2 \vee x_2 x_3 = \\ &= \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 x_3 \end{aligned}$$



... seniste harj.tundide
näidetele toetudes saad
proovida kodutöö
(paber)mustandil
lahendada oma
kodutöö esimese poole
mitmeid ülesandeid ...

