

ARVUSÜSTEEMID

Arvusüsteem - kodeerimine

Koodikohad (positsioonid, järgud)

$$N \Rightarrow a_{n-1}a_{n-2} \dots a_1a_0$$

Arvusüsteemi alus - erinevate kasutatavate märkide (sümbolite) arv.

**Positsiooniline arvusüsteem - järgul on kaal ja sümbolil on väärus.
Koma (punkt) asukoht tegelikult kokkuleppeline.**

The diagram illustrates the division of a polynomial $a_{n-1}a_{n-2} \dots a_1a_0$ by another polynomial $a_{-1}a_{-2} \dots a_{-m+1}a_{-m}$. The dividend is positioned above the divisor. Below the dividend, the label "Täisosa" (Whole Quotient) is centered under the first term a_{n-1} . Below the divisor, the label "Murdosa" (Fractional Quotient) is centered under the first term a_{-1} . An upward-pointing arrow on the left indicates the progression from the whole quotient to the fractional quotient. On the right, a diagonal arrow points upwards and to the right, indicating the continuation of the division process.

$$\mathbf{N} = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \bullet p_i ,$$

kus a_i on järgu väärthus ja p_i - kaal.

Näide:

$$p_i, i=1,0,-1,-2 \Rightarrow 6, 4, -0,4, 0,3$$

$$N=23,54 = 2*6 + 3*4 + 5*(-0,4) + 4*0,3$$

Loomulike kaaludega süsteemis on jätkude kaalud sellised:

$$p_0 = 1$$

$$p_i = \prod_{j=0}^{i-1} k_j, i > 0$$

$$p_i = \prod_{j=1}^i 1/k_j, i < 0$$

Näide:

$$a_3 \ a_2 \ a_1 \ a_0 , \ a_{-1} \ a_{-2}$$

$$k_i = 5, 4, 3, 6, 8, 5$$

$$p_i = 72, 18, 6, 1, 1/8, 1/40$$

$$N = 3314,62 = 3*72 + 3*18 + 1*6 + 4*1 + +6*(1/8) + 2*(1/40) = ??$$

Arvusüsteem alusega $p \Rightarrow k_i = p^i$

Polünoomvalem: $N = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i p^i$

Kasutatakse üldjuhul märke $\{0,1,\dots,p-1\}$

Alused:

- positiivsed (2, 3, 8, 10, 16 jt.)
- negatiivsed (-2)
- murdväärtused

Mittepositioonilised arvusüsteemid.

Näiteks: rooma numbreite süsteem.

I : kas 1 või (-1) sõltuvalt paigutusest

X : kas 10 või (-10)

N: **XXI = 21**

XIX = 19

XVIII = 18 jne.

Liiane arvusüsteem: vähemalt kaks märgijada, mis on sama arvu kodeeringuks.

Näiteks kahendsüsteem märkidega 1, 0, -1

Mitteliiane süsteem.

Teisendused positsioonisüsteemide vahel

TÄISARVUD

Vana süsteem (kust teisendame)

$$N = a_{n-1} \ a_{n-2} \ \dots \ a_2 \ a_1 \ a_0 = \sum_{i=0}^{n-1} a_i p^i$$

Uus süsteem (kuju teisendame)

$$N = b_{k-1} \ b_{k-2} \ \dots \ b_2 \ b_1 \ b_0 = \sum_{i=0}^{k-1} b_i q^i$$

Horneri teisendus

$$\begin{aligned} N &= b_{k-1} * q^{k-1} + b_{k-2} * q^{k-2} + \dots + b_2 * q^2 + b_1 * q^1 + b_0 = \\ &= (b_{k-1} * q^{k-2} + b_{k-2} * q^{k-3} + \dots + b_2 * q^1 + b_1) * q + b_0 = \\ &= ((b_{k-1} * q^{k-3} + b_{k-2} * q^{k-4} + \dots + b_2) * q + b_1) * q + b_0 = \dots \end{aligned}$$

Jagada tsükliliselt q-ga ja eraldada jäär.

Näited:

$$93_{10} = X_2$$

$$93_{10} = X_4$$

$$93_{10} = X_{12}$$

$$334_5 = X_{10} \dots\dots$$

$$= 3 * 5^2 + 3 * 5^1 + 4 * 5^0 = 94_{10}$$

$$1101101_2 = X_{10} \dots\dots\dots$$

$$= 1 * 2^6 + 1 * 2^5 + 0 * 2^4 + 1 * 2^3 + 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 = 109_{10}$$

- polünoomiga

- jagamine 10-ga

MURDARVUD

$$N = b_{-1} b_{-2} \dots b_{-m+1} b_{-m} = \sum_{i=-1}^{-m} b_i q^i$$

$$N = b_{-1} * q^{-1} + b_{-2} * q^{-2} + b_{-3} * q^{-3} + \dots + b_{-m+1} * q^{-m+1} + b_{-m} * q^{-m}$$

$$N * q = b_{-1} + (b_{-2} * q^{-1} + b_{-3} * q^{-2} + \dots + b_{-m+1} * q^{-m+2} + b_{-m} * q^{-m+1})$$

$$(N * q - b_{-1}) * q = b_{-2} + (b_{-3} * q^{-1} + \dots + b_{-m+1} * q^{-m+3} + b_{-m} * q^{-m+2})$$

Jne.

Korrutada tsükliliselt q -ga ja eraldada täisosa.

$$0,3_{10} = X_2$$

$$0,3_{10} = X_4$$

$$0,3_{10} = X_{12}$$

$$0,34_6 = X_{10}$$

$$0,110101_2 = X_{10}$$

- polünoomiga

- korrutamisega

Segaarvude (täis- ja murdosa) teisendused

$$19,3_{10} = X_2$$

$$111011,100110_2 = X_{10}$$

Kahendsüsteem {0,1}

$p=2 \quad \& \quad a_i \in \{0,1\}$

$$N = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i 2^i$$

Täisarvude teisendamine

Murdarvude teisendamine

Teheted

- Liitmine $S := X + Y$

x_i	y_i	c_i	c_{i+1}	s_i
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Näide:

$$\mathbf{X=987}_{10}$$

$$\mathbf{Y=123}_{10}$$

$$\mathbf{S:=X+Y}$$

1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	
	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1
+				1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0
S₁₀	S₉	S₈	S₇	S₆	S₅	S₄	S₃	S₂	S₁	S₀

- Lahutamine S:=X-Y

x_i	y_i	b_i	b_{i+1}	d_i
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

Näide:

$$\mathbf{X=987}_{10}$$

$$\mathbf{Y=123}_{10}$$

$$\mathbf{S:=X-Y}$$

1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
	0	0	1	1	0	0	0	0	0	
	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1
-					1	1	1	1	0	1
	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
	d ₉	d ₈	d ₇	d ₆	d ₅	d ₄	d ₃	d ₂	d ₁	d ₀

- **Korрутamine S:=X*Y**

*	0	1
0	0	0
1	0	1

$$S := 25_{10} * 13_{10} = 11001_2 * 1101_2$$

$$\begin{array}{r}
 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 * & & 1 & 1 & 0 & 1 \\
 \hline
 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 \hline
 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 \hline
 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1
 \end{array}$$

$$101000101_2 = 505_8 = 325_{10}$$

NB! Murd- ja täisarvude korrutamine!

- Jagamine

Näide:

88₁₀:6₁₀=14₁₀, jäæk 4₁₀

$$\begin{array}{r}
 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 : 1 \ 1 \ 0 = 1 \ 1 \ 1 \ 0 \\
 - 1 \ 1 \ 0 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 1 \ 0 \\
 - 1 \ 1 \ 0 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 0 \ 0 \\
 - 1 \ 1 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 1 \ 0 \ 0 \\
 - 1 \ 0 \ 1 \\
 \hline
 * \ * \ *
 \end{array}$$