

Loogikafunktsioonide minimeerimine Karnaugh' kaardiga
NÄITEID!!

- Täielikult määratud loogikafunktsioonid.

Kahe muutuja loogikafunktsioon (näide 1)

Näide 1

$$f(x_1, x_2) = \Sigma(0, 1, 3)_1$$

x_2		0	1
x_1	0	1	1
	1	0	1

$$f(x_1, x_2) = x_1 \rightarrow x_2 = \overline{x_1} \vee x_2$$

Kolme muuttuja loogikafunktsioonid (näited 2 ja 3)

Näide 2

$$f(x_1, x_2, x_3) = \Sigma(1, 3, 6, 7)_1$$

$x_1 \backslash x_2 x_3$	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	0	1	1

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 \vee \overline{x_1} x_3$$

- MDNK

$x_1 \backslash x_2x_3$	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	0	1	1

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \vee x_3)(\overline{x_1} \vee x_2)$$

- MKNK

Näide 3

$$f(x_1, x_2, x_3) = \Sigma(1, 4, 5, 6, 7)_1$$

$x_1 \backslash x_2x_3$	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	1	1	1	1

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \vee \overline{x_2}x_3$$

- MDNK

		x_2x_3			
x_1		00	01	11	10
0		0	1	0	0
1		1	1	1	1

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \vee \overline{x_2})(x_1 \vee x_3)$$

- MKNK

Nelja muutuja loogikafunktsioonid (näide 4)

Näide 4

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(0, 1, 6, 8, 9, 12, 14)_1$$

$x_3x_4 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	0	0	0	1
11	1	0	0	1
10	1	1	0	0

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) =$$

$$= \overline{x_2} \overline{x_3} \vee x_1 \overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \quad - \text{ minimaalne DNK}$$

NB! Leidke ka teine võimalik minimaalne DNK!!

NB! Leidke ka taandatud DNK!!

$x_3x_4 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	0	0	0	1
11	1	0	0	1
10	1	1	0	0

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) =$$

$$= (\overline{x_2} \vee \overline{x_4})(x_2 \vee \overline{x_3})(x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3) - \text{minimaalne KNK}$$

NB!! Leidke ka taandatud KNK!!

Osaliselt määratud loogikafunktsioonid (näited 5, 6 ja 7)

Ülesanne:

Ruumi temperatuuri reguleerivad 2 konditsioneerid A ja B. Neid juhitakse 3 kahendandurite x_1 , x_2 ja x_3 abil.

Kui temperatuur on alla 18 kraadi, on $x_1 = x_2 = x_3 = 0$ ja konditsioneerid välja lülitatud ($f_1 = f_2 = 0$).

Kui temperatuur on 18 ja 21 kraadi vahel, siis $x_1 = 1$ ning $x_2 = x_3 = 0$. Sisse lülitatakse konditsioneer A ($f_1 = 1$, $f_2 = 0$).

Kui temperatuur on 21 ja 24 kraadi vahel, siis $x_1 = x_2 = 1$ ja $x_3 = 0$. Sisse lülitatakse võimsam konditsioneer B ($f_1 = 0$, $f_2 = 1$).

Temperatuuril üle 24 kraadi ($x_1 = x_2 = x_3 = 1$) lülitatakse sisse mõlemad konditsioneerid ($f_1 = f_2 = 1$).

Avaldada konditsioneeride A ja B juhtivad osaliselt määratud funktsioonid f_1 ja f_2 sõltuvalt anduritest (argumentidest) x_1 , x_2 ja x_3 .

Näide 5

$$f(x_1, x_2, x_3) = \Sigma(0, 2, 7)_1(1, 3, 5)$$

x_2x_3 x_1	00	01	11	10
0	1	-	-	1
1	0	-	1	0

$$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_1} \vee x_3$$

- avaldis on ühtlasi nii minimaalne DNK kui ka minimaalne KKNK.

Näide 6

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(2, 3, 5, 6, 7, 11, 15)_1(0, 10, 14)$$

$x_3x_4 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
00	-	0	1	1
01	0	1	1	1
11	0	0	1	-
10	0	0	1	-

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_4 \quad \text{- minimaalne DNK}$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\bar{x}_1 \vee x_3)(x_2 \vee x_3)(x_3 \vee x_4) \quad \text{- minimaalne KNK}$$

Viie muutuja loogikafunktsioonid (näide 7)

Näide 7

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) &= \\ &= \Sigma(2, 3, 5, 6, 7, 11, 15, 16, 17, 18, \\ &19, 21, 22, 23, 26, 27, 30, 31)_1 \\ &(0, 10, 14). \end{aligned}$$

x_4x_5 x_2x_3		00	01	11	10
00	-	0	1	1	
01	0	1	1	1	
11	0	0	1	-	
10	0	0	1	-	

$x_1=0$

x_4x_5 x_2x_3		00	01	11	10
00	1	1	1	1	
01	0	1	1	1	
11	0	0	1	1	
10	0	0	1	1	

$x_1=1$

Minimaalne DNK:

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) &= \\ &= x_4 \vee \overline{x_2}x_3x_5 \vee x_1\overline{x_2}\overline{x_3} \end{aligned}$$

Minimaalne KNK:

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) &= \\ &= (\overline{x_2} \vee x_4)(\overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5)(x_1 \vee x_3 \vee x_4) \end{aligned}$$

Ülesandeid iseseisvaks lahendamiseks

- Antud nelja muutuja loogikafunktsioon:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4}$$

Leida MDNK ja MKNK

Vastus MDNK: $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1} \overline{x_3} \vee x_3 x_4$

- Antud nelja muutuja loogikafunktsioon:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \left(\overline{x_1} \overline{x_4} \vee \overline{\overline{\overline{x_2 \vee x_1}}} \right) \left(\overline{x_1} \overline{x_2} \vee x_4 \right)$$

Leida MDNK ja MKNK

Vastus MDNK:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1} \overline{x_4} \vee x_2 x_4 \vee x_3 x_4 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4}$$

- Nelja muutuja funktsioon $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$ on esitatud konjunktsioonina kahest funktsioonist:

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) \ \& \ f_2(x_1, x_2, x_3, x_4)$$

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 x_3 \overline{x_4} \vee x_1 x_2 \overline{x_4}$$

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 x_2 \vee \overline{x_3} x_4 \vee x_1 x_3$$

Leida minimaalse DNK-ga $f_2(x_1, x_2, x_3, x_4)$

$$\text{Vastus: } f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1} \vee \overline{x_4}$$

- Nelja muutuja funktsioon $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$ on esitatud disjunktsioonina kahest funktsioonist:

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) \vee f_2(x_1, x_2, x_3, x_4)$$

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 x_2 \vee \overline{x_3} x_4 \vee x_1 x_3$$

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 x_3 \overline{x_4} \vee x_1 x_2 \overline{x_4}$$

Leida minimaalse DNK-ga $f_2(x_1, x_2, x_3, x_4)$.

$$\text{Vastus: } f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 x_4$$

- Antud nelja muutuja funktsioon

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1 x_3} x_4 \vee x_1 x_3 \overline{x_4} \vee x_1 x_2 \overline{x_4}.$$

Leida funktsiooni $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$ inversiooni minimaalne DNK.

- Minimeerida järgnevad funktsioonid, leida MDNK, taandatud DNK ja MKNK.

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Pi(1, 4, 5, 9, 11, 12, 13, 15)_0(3, 14).$$

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) &= \\ &= \Sigma(0, 2, 6, 7, 8, 10, 24, 30)_1(3, 14, 16, 18, 26). \end{aligned}$$