

Loogikafunktsioonide Shannoni arendus

Loogikafunktsiooni täielik arendus annab resultaadina täieliku DNK (või KNK).

- Arendusvalemid:

1. Täielik disjunkttiivne arendus

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = 00\dots 0}^{11\dots 1} \left(\bigwedge_{i=1}^n (x_i)^{\alpha_i} \& f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \right)$$

2. Täielik konjunkttiivne arendus

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = 00\dots 0}^{11\dots 1} \left(\bigvee_{i=1}^n (\bar{x}_i)^{\alpha_i} \vee f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \right)$$

Näide

Antud loogikafunktsioon $f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 x_2 \vee x_1 \bar{x}_3$

Täielik disjunkttiivne arendus:

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3) &= \\ &= \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \& f(0,0,0) \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \& f(0,0,1) \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \& f(0,1,0) \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \& f(0,1,1) \vee \\ &\vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \& f(1,0,0) \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \& f(1,0,1) \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \& f(1,1,0) \vee x_1 x_2 x_3 \& f(1,1,1) = \\ &= \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \end{aligned}$$

Täielik konjunkttiivne arendus:

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \vee x_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)$$

3. Osaline disjunktiivne arendus argumentide (x_1, x_2, \dots, x_k) järgi:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \underset{(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k)}{\overset{11\dots 1}{\vee}} = 00\dots 0 \left(\underset{i=1}{\overset{k}{\&}} (x_i)^{\alpha_i} \& f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k, x_{k+1}, \dots, x_n) \right)$$

4. Osaline konjunktiivne arendus argumentide (x_1, x_2, \dots, x_k) järgi:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \underset{(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k)}{\overset{11\dots 1}{\&}} = 00\dots 0 \left(\underset{i=1}{\overset{k}{\vee}} (\bar{x}_i)^{\alpha_i} \vee f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k, x_{k+1}, \dots, x_n) \right)$$

Näide

Antud loogikafunktsioon $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_1 x_2 \vee x_1 x_4 \vee \bar{x}_1 x_3$

Disjunktiivne arendus argumendi x_1 järgi: $\bar{x}_1(x_2 \vee x_3) \vee x_1(x_4)$

Disjunktiivne arendus argumendi x_2 järgi: $\bar{x}_2(x_1 x_4 \vee \bar{x}_1 x_3) \vee x_2(\bar{x}_1 \vee x_4)$

Disjunktiivne arendus argumendipaari $(x_1 x_2)$ järgi:

$$\bar{x}_1 \bar{x}_2(x_3) \vee \bar{x}_1 x_2(1) \vee x_1 \bar{x}_2(x_4) \vee x_1 x_2(x_4)$$

Konjunktiivne arendus argumendi x_1 järgi: $(x_1 \vee (x_2 \vee x_3))(\bar{x}_1 \vee (x_4))$

Sulgudes arendusargumentide järel on nn. jääkfunktsioonid. Jääkfunktsioon näitab, milliseks muutub vaadeldav funktsioon, kui arendusargumentidele on omistatud konstantsed väärtused.

• Antud loogikafunktsioon $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_3)) \& \bar{x}_4$

Leida Shannoni osaline disjunktiivne arendus argumendipaari (x_1, x_4) järgi ja konjunktiivne arendus argumendipaari (x_2, x_3) järgi.

Loogikafunktsiooni tuletis

Loogikafunktsiooni $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ tuletis argumendi x_i on määratud järgmise valemiga:

$$\frac{\partial(f(x_1, x_2, \dots, x_n))}{\partial(x_i)} = f(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n) \oplus f(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \dots, x_n)$$

- Antud loogikafunktsioon $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 14)_1$

$$\frac{\partial(f(x_1, x_2, x_3, x_4))}{\partial(x_1)} = (x_2 \vee x_3 x_4) \oplus (\bar{x}_4) = x_2 x_4 \vee x_3 x_4 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_4$$

Loogikafunktsiooni tuletis argumendi x_i järgi määrab loogikatingimused, milliste puhul funktsiooni väärtus on tundlik argumendi x_i muutuste suhtes (kas otse- või vastandfaasis).

- Antud loogikafunktsioon $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(0, 1, 2, 4, 7, 8, 11, 15)_1$

Leida funktsiooni tuletis $\frac{\partial(f(x_1, x_2, x_3, x_4))}{\partial(x_i)}, i = 1, 2, 3, 4$